メタモジでの配布ノート

センター過去問　ベクトル編（ⅡB本試）　　　　　　　3年(　　　)組(　　　)番　名前(　　　　　　　　　　　)

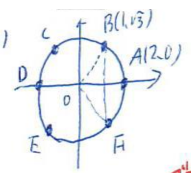
3 [17センター本試 センター本試]

２０１７大学入試センター試験
問題

4 [18センター本試 センター本試]

２０１８大学入試センター試験
問題

(1)



(2) $\overrightarrow{ON}$ を求める ← ゴール

↓Nは交点

$\begin{cases} \text{直線AM} \\ \text{直線CD} \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} \overrightarrow{ON} = \overrightarrow{OA} + t\overrightarrow{AM} \\ \overrightarrow{ON} = \overrightarrow{OD} + s\overrightarrow{DC} \end{cases}$

マークのときは、式が与えられる

$\Leftrightarrow \begin{cases} \overrightarrow{ON} = (1-t)\overrightarrow{OA} + t\overrightarrow{OM} \\ \overrightarrow{ON} = (1-s)\overrightarrow{OD} + s\overrightarrow{OC} \end{cases}$ ← 始点O

成分

$\Leftrightarrow \begin{cases} \overrightarrow{ON} = (1-t)\begin{pmatrix} 2 \\ 0 \end{pmatrix} + t\begin{pmatrix} -\frac{1}{2} \\ \frac{\sqrt{3}}{2} \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} 2-\frac{5}{2}t \\ \frac{\sqrt{3}}{2}t \end{pmatrix} \\ \overrightarrow{ON} = (1-s)\begin{pmatrix} -2 \\ 0 \end{pmatrix} + s\begin{pmatrix} -1 \\ \sqrt{3} \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} -2+s \\ \sqrt{3}s \end{pmatrix} \end{cases}$

$\therefore s = \frac{2}{3},\ t = \frac{4}{3}$

$\therefore \overrightarrow{ON} = \cdots = \begin{pmatrix} -\frac{4}{3} \\ \frac{2\sqrt{3}}{3} \end{pmatrix}$

$\therefore \cancel{\overrightarrow{ON}}$

(3) Hを求める ← ゴール

↓Hは垂線と垂線の交点。

$\begin{cases} \overrightarrow{PH} \cdot \overrightarrow{CE} = 0 \\ \overrightarrow{CH} \cdot \overrightarrow{EP} = 0 \end{cases}$

$\overrightarrow{OH} = \begin{pmatrix} x \\ y \end{pmatrix}$ とおくと、$\overrightarrow{OP} = \begin{pmatrix} 1 \\ a \end{pmatrix}$，$\cancel{\overrightarrow{CE} = \begin{pmatrix} 0 \\ -2\sqrt{3} \end{pmatrix}}$

$\overrightarrow{PH} = \begin{pmatrix} x-1 \\ y-a \end{pmatrix}$ ~~なので~~，$\overrightarrow{CH} = \begin{pmatrix} x+1 \\ y-\sqrt{3} \end{pmatrix}$ なので

$\overrightarrow{CE} = \begin{pmatrix} 0 \\ -2\sqrt{3} \end{pmatrix}$ ~~だから~~，$\overrightarrow{EP} = \begin{pmatrix} 2 \\ a+\sqrt{3} \end{pmatrix}$ より

$\begin{cases} \overrightarrow{PH} \cdot \overrightarrow{CE} = 0 \\ \overrightarrow{CH} \cdot \overrightarrow{EP} = 0 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} -2\sqrt{3}(y-a) = 0 \\ 2(x+1) + (a+\sqrt{3})(y-\sqrt{3}) = 0 \end{cases}$

$\therefore \begin{cases} x = \frac{-a^2+1}{2} \\ y = a \end{cases}$

$\therefore H\left(\frac{-a^2+1}{2},\ a\right)$

(3) 後半

$\overrightarrow{OP} \cdot \overrightarrow{OH} = |\overrightarrow{OP}||\overrightarrow{OH}|\cos\theta$

$\overrightarrow{OP} = \begin{pmatrix} 1 \\ a \end{pmatrix}$，$\overrightarrow{OH} = \begin{pmatrix} \frac{-a^2+1}{2} \\ a \end{pmatrix}$ なので

$\frac{-a^2+1}{2} + a^2 = \sqrt{1+a^2} \cdot \sqrt{\frac{(-a^2+1)^2}{4} + a^2} \cdot \frac{12}{13}$

$\frac{a^2+1}{2} = \sqrt{a^2+1} \cdot \underbrace{\sqrt{\frac{a^4+2a^2+1}{4}}}_{\frac{a^2+1}{2}} \cdot \frac{12}{13}$

$\sqrt{a^2+1} = \frac{13}{12}$

$a^2 = \left(\frac{13}{12}\right)^2 - 1$

$= \left(\frac{13}{12}+1\right)\left(\frac{13}{12}-1\right)$

$= \frac{25}{12} \times \frac{1}{12}$

$\therefore a = \pm\frac{5}{12}$

(1) $\overrightarrow{AB} = \overrightarrow{FB} - \overrightarrow{FA} = \vec{b} - \vec{a}$ （始点はF）

(2) $\overrightarrow{FD} = \frac{1}{4}(3\overrightarrow{FA} + \overrightarrow{FB}) = \frac{1}{4}(3\vec{a} + \vec{b})$

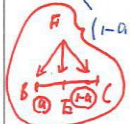
(3) $\begin{cases} \overrightarrow{FD} = s\overrightarrow{FC} \\ \overrightarrow{FE} = t\overrightarrow{FA} \end{cases}$ とおく ← ゴール

小文字はダメ×（始点も終点もわからん）

始点はF、終点はA,B,C

$\begin{cases} \overrightarrow{FD} = s\overrightarrow{FC} \text{ — } \frac{3}{4}\overrightarrow{FA} + \frac{1}{4}\overrightarrow{FB} = s\overrightarrow{FC} \\ \overrightarrow{FE} = t\overrightarrow{FA} \end{cases}$

$\therefore \overrightarrow{FB} = -3\overrightarrow{FA} + 4s\overrightarrow{FC} \cdots ③$



$(1-a)\overrightarrow{FB} + a\overrightarrow{FC} = t\overrightarrow{FA}$　$\therefore \overrightarrow{FB} = \frac{t}{1-a}\overrightarrow{FA} + \frac{-a}{1-a}\overrightarrow{FC} \cdots ④$

③④の係数比較

$\begin{cases} -3 = \frac{t}{1-a} \\ 4s = \frac{-a}{1-a} \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} t = -3(1-a) \\ s = \frac{-a}{4(1-a)} \end{cases}$

(4) $\begin{cases} |\overrightarrow{AB}| = |\overrightarrow{BE}| \\ |\overrightarrow{FA}| = 1 \end{cases}$ のとき $\overrightarrow{FA} \cdot \overrightarrow{FB}$ をaで表す ← ゴール

$|\overrightarrow{AB}|^2 = |\overrightarrow{FB} - \overrightarrow{FA}|^2 = |\overrightarrow{FB}|^2 - 2\overrightarrow{FB} \cdot \overrightarrow{FA} + 1$

$|\overrightarrow{BE}|^2 = |\overrightarrow{FE} - \overrightarrow{FB}|^2 = |t\overrightarrow{FA} - \overrightarrow{FB}|^2 = |\overrightarrow{FB}|^2 - 2t\overrightarrow{FB} \cdot \overrightarrow{FA} + t^2$　上下ひき算

$0 = (-2+2t)\overrightarrow{FB} \cdot \overrightarrow{FA} + 1 - t^2$

$\therefore \overrightarrow{FB} \cdot \overrightarrow{FA} = \frac{1-t^2}{2(1-t)} = \frac{1+t}{2} = \frac{3a-2}{2}$

メタモジでの配布ノート

センター過去問　ベクトル編（ⅡB本試）　　　　3年（　　）組（　　）番　名前（　　　　　　　　）

5 [19センター本試 センター本試]

２０１９大学入試センター試験

問題

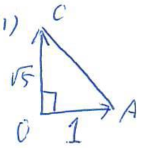
ベクトルの鉄則

・後ろから読む ← 全体図はかかない!!

・小文字は使わない
(大文字で始点と終点をかく)

単語を1つずつ式に置き換えるだけ

(1)



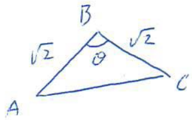
$\triangle OAC = \frac{\sqrt{5}}{2}$

(2) 始点O　てんかい

$\overrightarrow{BA}\cdot\overrightarrow{BC} = (\overrightarrow{OA}-\overrightarrow{OB})\cdot(\overrightarrow{OC}-\overrightarrow{OB}) = \cdots = -1$

$|\overrightarrow{BA}|^2 = |\overrightarrow{OA}-\overrightarrow{OB}|^2 = \cdots = 2$

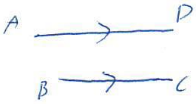
$|\overrightarrow{BC}|^2 = |\overrightarrow{OC}-\overrightarrow{OB}|^2 = \cdots = 2$

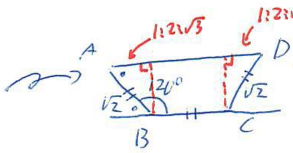


$\overrightarrow{BA}\cdot\overrightarrow{BC} = |\overrightarrow{BA}||\overrightarrow{BC}|\cos\theta$

$-1 = \sqrt{2}\times\sqrt{2}\times\cos\theta$

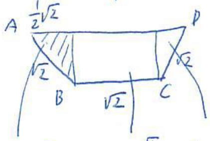
$\therefore \cos\theta = -\frac{1}{2}$　　$\therefore \theta = 120^\circ$





等脚台形

↓



$\frac{1}{2}\times\frac{\sqrt{2}}{2}\times\frac{\sqrt{6}}{2} + \sqrt{2}\times\frac{\sqrt{6}}{2} + \frac{1}{2}\times\frac{\sqrt{2}}{2}\times\frac{\sqrt{6}}{2} \Rightarrow$ 合計 $\frac{3\sqrt{3}}{2}$

(3) B−OACの体積Vを求める ← ゴール

$V = \frac{1}{3}\times|\overrightarrow{BH}|\times\triangle OAC$　(1)より $\frac{\sqrt{5}}{2}$

$BH\perp\triangle OAC$
Hは平面OAC上

$\begin{cases} \overrightarrow{BH}\cdot\overrightarrow{OA} = 0 \\ \overrightarrow{BH}\cdot\overrightarrow{OC} = 0 \\ \overrightarrow{OH} = s\overrightarrow{OA}+t\overrightarrow{OC} \end{cases}$ ← 全部かいてある

$\Leftrightarrow \begin{cases} (\overrightarrow{OH}-\overrightarrow{OB})\cdot\overrightarrow{OA} = 0 \\ (\overrightarrow{OH}-\overrightarrow{OB})\cdot\overrightarrow{OC} = 0 \\ \overrightarrow{OH} = s\overrightarrow{OA}+t\overrightarrow{OC} \end{cases}$ 代入

てんかい

$\therefore \begin{cases} s = 1 \\ t = \frac{3}{5} \end{cases}$

$\therefore \overrightarrow{OH} = \overrightarrow{OA} + \frac{3}{5}\overrightarrow{OC}$

$|\overrightarrow{BH}|^2 = |\overrightarrow{OH}-\overrightarrow{OB}|^2$

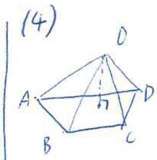
$= |\overrightarrow{OA}-\overrightarrow{OB}+\frac{3}{5}\overrightarrow{OC}|^2$

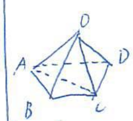
$\vdots$

$= \frac{1}{5}$

$\therefore V = \frac{1}{3}\times\frac{1}{\sqrt{5}}\times\frac{\sqrt{5}}{2} = \frac{1}{6}$

(4)

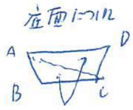




↓

B−OACをO−ABCとみると…

底面について



面積比は1:2

↓

O−ABCD = 3×(O−ABC)

↓

$\square ABCD\times h\times\frac{1}{3} = 3V$

$\frac{3\sqrt{3}}{2}\times h\times\frac{1}{3} = 3\times\frac{1}{6}$

$\therefore h = \frac{\sqrt{3}}{3}$